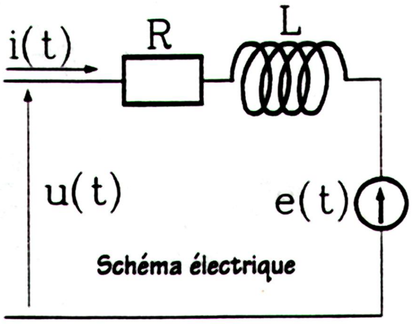
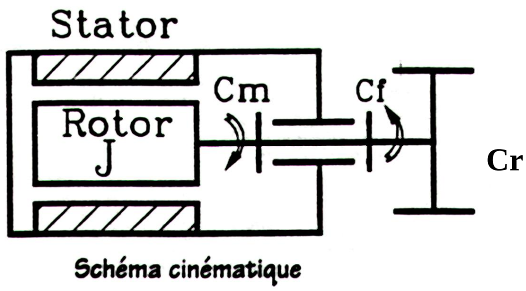
…n moteur à courant continu.

…andé par lõinduit est utilisé pour commander en vitesse

Le schéma fonctionnel décrivant le fonctionnement du moteur est le suivant:





Les équations différentielles régissant le comportement du moteur sont:

$$u(t) = e(t) + R.i(t) + L.\frac{di}{dt}$$

$$J.\frac{d\omega}{dt} = Cm(t) - Cf(t) - Cr(t)$$

$$e(t) = K_e.\omega(t)$$

$$Cm(t) = Kc.i(t)$$

$$Cf(t) = a.\omega(t)$$

avec les notations suivantes:

u : tension aux bornes de lõinduit	en V
i : courant dans lõinduit	en A
R : resistance aux bornes de lõinduit	R=0.1 Ω
L : inductance aux bornes de lõinduit	L=0,5 mH
e : force électro-motrice	en V
J : moment dõinertie	J=0.01 kg.m²
Cf :couple de frottement	en m.N
a : coefficient de frottement visqueux	en $m.N.rad^{-1}.s$
Cm : couple moteur	en m.N
Cr : couple résistant	en m.N
Ke : constante de f.e.m.	Ke =0,1 V/rd/s
Kc : constante de couple	Kc =0,1 Nm/A
ω : pulsation de rotation du moteur	en $rad.s^{-1}$

R A COURANT CONTINU

dt $\quad$ (I) $U(p) = (R + Lp)I(p) + E(p)$

(2) $J\dfrac{d\omega}{dt} = Cm(t) - Cf(t) - Cr(t)$ $\quad$ (II) $Jp\Omega(p) = Cm(p) - Cf(p) - Cr(p)$

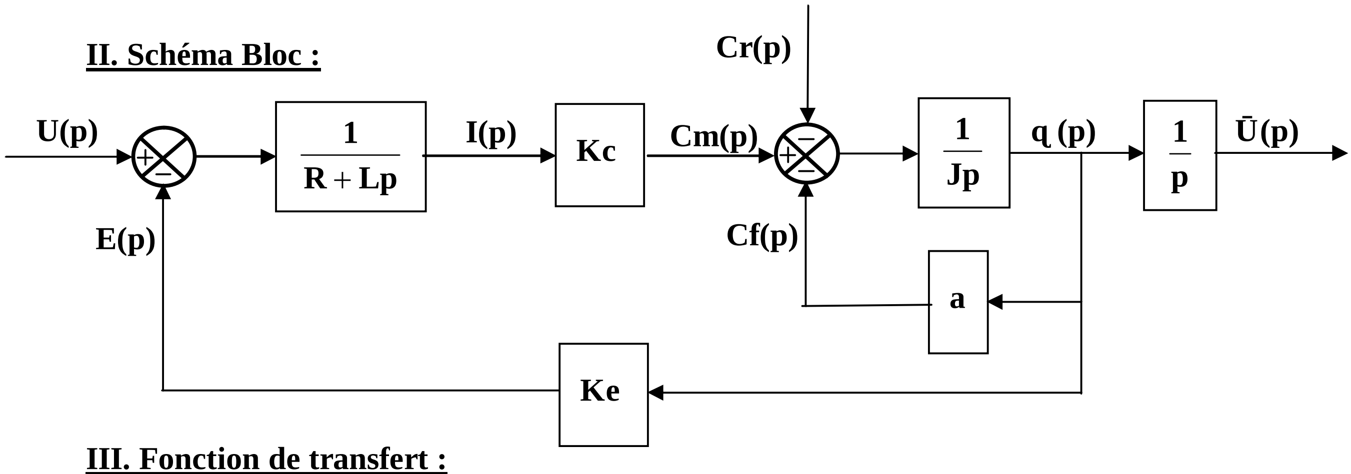
(3) $e(t) = Ke\omega(t)$ $\quad$ (III) $E(p) = Ke\Omega(p)$

(4) $Cm(t) = Kci(t)$ $\quad$ (IV) $Cm(p) = KcI(p)$

(5) $Cf(t) = a\omega(t)$ $\quad$ (V) $Cf(p) = a\Omega(p)$

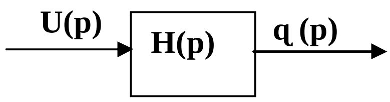
(6) $\omega(t) = \dfrac{d\theta}{dt}$ $\quad$ (VI) $\Omega(p) = p\Theta(p)$

II. Schéma Bloc :



III. Fonction de transfert :

3.1. Couple résistant nul : $Cr(t)=0 \rightarrow Cr(p)=0$



(II) et (V) $\rightarrow$ $\Omega(p) = \dfrac{Cm(p)}{Jp + a}$; (IV) $\rightarrow$ $\Omega(p) = \dfrac{KcI(p)}{Jp + a} \rightarrow I(p) = \dfrac{Jp + a}{Kc}\Omega(p)$

(I) et (III) $\rightarrow$ $U(p) = (R + Lp)I(p) + Ke\Omega(p)$

$$U(p) = \frac{(Jp + a)(R + Lp)}{Kc}\Omega(p) + Ke\Omega(p) = \Omega(p)\frac{(Jp + a)(R + Lp) + KeKc}{Kc}$$

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{Kc}{KeKc + (Jp + a)(R + Lp)} = \frac{Kc}{KeKc + aR + (RJ + aL)p + JLp^2}$$

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\dfrac{Kc}{KeKc + aR}}{1 + \dfrac{RJ + aL}{KeKc + aR}p + \dfrac{JL}{KeKc + aR}p^2} = \frac{K}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega 0}p + \dfrac{p^2}{\omega 0^2}}$$

Fonction de transfert du deuxième ordre, de classe 0 avec :

$K = \dfrac{Kc}{KeKc + aR}$: gain statique en $rad.s^{-1}.V^{-1}$,

$\dfrac{1}{\omega 0^2} = \dfrac{JL}{KeKc + aR} \rightarrow \omega 0 = \sqrt{\dfrac{KeKc + aR}{JL}}$ pulsation propre du système en $rad.s^{-1}$,

$\dfrac{2\xi}{\omega 0} = \dfrac{RJ + aL}{KeKc + aR} \rightarrow \xi = \dfrac{\omega 0}{2}\dfrac{RJ + aL}{KeKc + aR}$ amortissement du système (sans unité).

ligeables

$$\ldots\frac{\ldots}{U(p)}\ldots\frac{\ldots}{1+\frac{RJ}{KeKc}p}\ldots\frac{K}{1+Tp}$$

Fonction de transfert du premier ordre, de classe 0 avec :

$K=\frac{1}{Ke}$: gain statique en rad.s^{-1}.V^{-1},

$T=\frac{RJ}{KeKc}$ constante de temps du système en s.

<u>Applications numériques :</u>

Kc=0.1m.N.A^{-1}, Ke=0.1 V.rad^{-1}.s^{-1},R=0.1Ohm, a=0, L=0.5mH et J=0.01kg.m^2

***Remarque :* Ke et Kc sont souvent égaux (en valeurs numériques)**

Ke peut être à calculer à partir dôune valeur de ɤ et de e :
Exemple : pour une vitesse de N=1000tr/min, e=100V

$$\omega=\frac{2\Pi*1000}{60}=104.7rad/s\rightarrow Ke=\frac{100}{104.7}=0.955V.rad^{-1}s^{-1}$$

<u>Cas général :</u>

$K=\frac{Kc}{KeKc+aR}=\frac{0.1}{0.1*0.1}=10$ rad.s^{-1}.V^{-1} : gain statique,

$\omega0=\sqrt{\frac{KeKc+aR}{JL}}=\sqrt{\frac{0.1*0.1}{0.01*0.5.10^{-3}}}=\sqrt{2000}=20\sqrt{5}=44.7$ rad.s^{-1} pulsation propre du système,

$\xi=\frac{20\sqrt{5}}{2}\frac{0.1*0.01}{0.1*.01}=\sqrt{5}=2.23$ amortissement du système (sans unité).

Donc $H(p)=\frac{\Omega(p)}{U(p)}==\frac{10}{1+\frac{p}{10}p+\frac{p^2}{2000}}$, deuxième ordre, de classe 0.

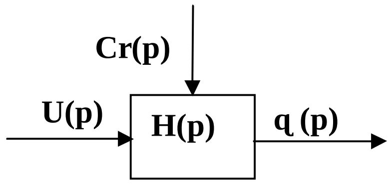
<u>Cas particuliers :</u> L négligeable

$K=\frac{1}{Ke}=\frac{1}{0.1}=10$ rad.s^{-1}.V^{-1} : gain statique,

$T=\frac{RJ}{KeKc}=\frac{0.1*0.01}{0.1*0.1}=0.1\,s$ constante de temps du système.

$H(p)=\frac{\Omega(p)}{U(p)}==\frac{10}{1+\frac{p}{10}}$, premier ordre, de classe 0.

:



(II) et (V) ➔ $(Jp + a)\Omega(p) = Cm(p) - Cr(p)$ **; (IV)**➔ $KcI(p) = (Jp + a)\Omega(p) + Cr(p)$

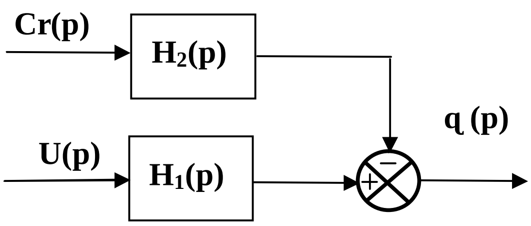
(I) et (III) ➔ $U(p) = (R + Lp)I(p) + Ke\Omega(p)$

$$U(p) = (R + Lp)\frac{(Jp + a)\Omega(p) + Cr(p)}{Kc} + Ke\Omega(p)$$

$$U(p) - \frac{(R + Lp)}{Kc}Cr(p) = \frac{(R + Lp)(Jp + a) + KeKc}{Kc}\Omega(p)$$

$$\Omega(p) = \frac{Kc}{(R + Lp)(Jp + a) + KeKc}U(p) - \frac{(R + Lp)}{(R + Lp)(Jp + a) + KeKc}Cr(p)$$

$$\Omega(p) = \frac{\dfrac{Kc}{KeKc + aR}}{1 + \dfrac{RJ + aL}{KeKc + aR}p + \dfrac{JL}{KeKc + aR}p^2}U(p) - \frac{\dfrac{R + Lp}{KeKc + aR}}{1 + \dfrac{RJ + aL}{KeKc + aR}p + \dfrac{JL}{KeKc + aR}p^2}Cr(p)$$



$$\boxed{\Omega(p) = H1(p)U(p) - H2(p)Cr(p)}$$

$$H1(p) = H(p) = \frac{\dfrac{Kc}{KeKc + aR}}{1 + \dfrac{RJ + aL}{KeKc + aR}p + \dfrac{JL}{KeKc + aR}p^2} \text{ et}$$

$$H2(p) = \frac{\dfrac{R + Lp}{KeKc + aR}}{1 + \dfrac{RJ + aL}{KeKc + aR}p + \dfrac{JL}{KeKc + aR}p^2}$$

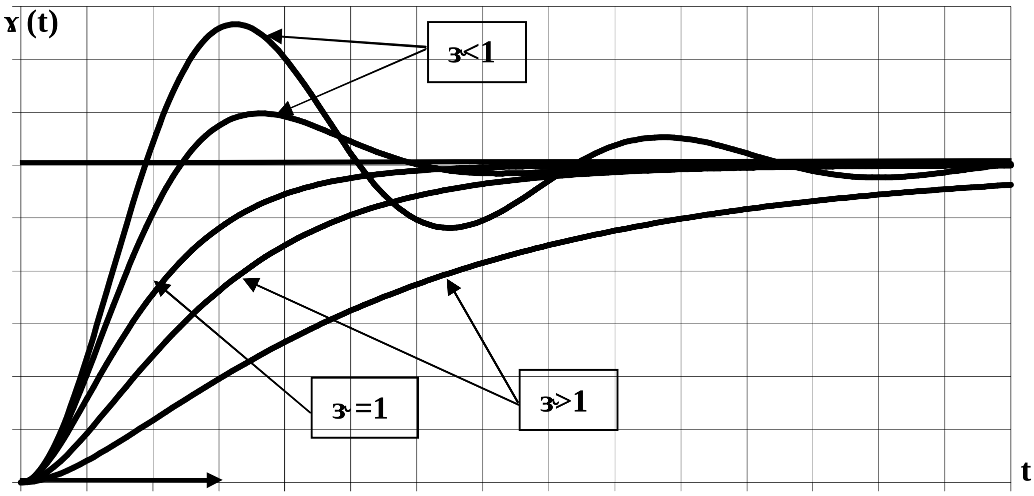
<u>**Cas particuliers :**</u> **Cf et L négligeables**

$$H1(p) = H(p) = \frac{\dfrac{1}{Ke}}{1 + \dfrac{RJ}{KeKc}p} \text{ et } H2(p) = \frac{\dfrac{R}{KeKc}}{1 + \dfrac{RJ}{KeKc}p}$$

...n : u(t)=U_0 ➔ $U(p) = \dfrac{U_0}{p}$

...me ordre : la réponse dépend de la valeur de ξ.

si ξ>1 : régime apériodique,
si ξ=1 : régime critique,
si ξ<1 : régime pseudo périodique.



4.1.1. Couple résistant nul :

$$\Omega(p) = \frac{\dfrac{Kc}{KeKc+aR}}{1+\dfrac{RJ+aL}{KeKc+aR}p+\dfrac{JL}{KeKc+aR}p^2}U(p) = \frac{\dfrac{Kc}{KeKc+aR}}{1+\dfrac{RJ+aL}{KeKc+aR}p+\dfrac{JL}{KeKc+aR}p^2}\cdot\frac{U_0}{p}$$

$$\omega(\infty) = \lim_{t\to\infty}\omega(t) = \lim_{p\to 0}p\Omega(p) = \lim_{p\to 0}p\frac{\dfrac{Kc}{KeKc+aR}}{1+\dfrac{RJ+aL}{KeKc+aR}p+\dfrac{JL}{KeKc+aR}p^2}\cdot\frac{U_0}{p} = \frac{Kc}{KeKc+aR}U_0$$

En régime permanent : $\omega(\infty) = \dfrac{Kc}{KeKc+aR}U_0 = KU_0$

A.N. : U_0=10V, K=10 rad.s^{-1}.V^{-1}➔ $\omega(\infty) = 100$ rad.s^{-1}➔ $N = \dfrac{60*100}{2*\pi} = 955\,tr/min$

$\xi == \sqrt{5} = 2.23$ ➔ régime apériodique.

4.1.2. Couple résistant non nul : Cr(t)=C_0➔ $Cr(p) = \dfrac{C_0}{p}$

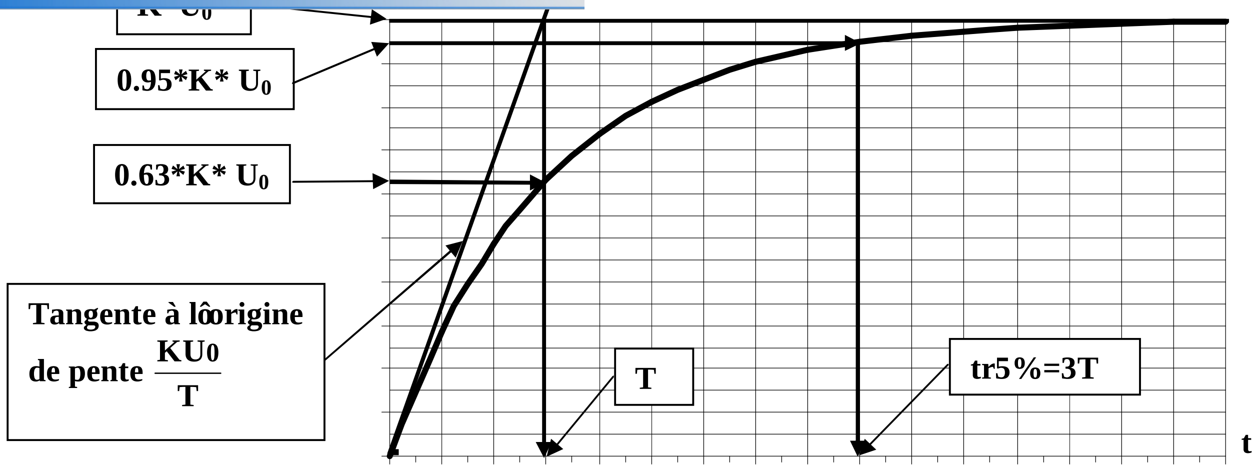
$$\Omega(p) = \frac{\dfrac{Kc}{KeKc+aR}}{1+\dfrac{RJ+aL}{KeKc+aR}p+\dfrac{JL}{KeKc+aR}p^2}\frac{U_0}{p} - \frac{\dfrac{R+Lp}{KeKc+aR}}{1+\dfrac{RJ+aL}{KeKc+aR}p+\dfrac{JL}{KeKc+aR}p^2}\frac{C_0}{p}$$

$$\omega(\infty) = \lim_{t\to\infty}\omega(t) = \lim_{p\to 0}p\Omega(p) = \frac{Kc}{KeKc+aR}U_0 - \frac{R}{KeKc+aR}C_0$$

A.N. : U_0=10V, K=10 rad.s^{-1}.V^{-1}, C_0=5m.N, $\dfrac{R}{KeKc+aR} = 10$ rad.s^{-1}. m^{-1}.N^{-1}

$\omega(\infty) = 100$ -50=50 rad.s^{-1}➔ $N = \dfrac{60*50}{2*\pi} = 477.5\,tr/min$

r ordre :



$$H(p)=\Omega(p)=\frac{\frac{1}{Ke}}{1+\frac{RJ}{KeKc}p}\frac{U0}{p}=\frac{K}{1+Tp}\frac{U0}{p}$$

$$\omega(\infty)=\lim_{t\to\infty}\omega(t)=\lim_{p\to 0}p\Omega(p)==KU0=\frac{U0}{Ke}$$

A.N. : U_0=10V, K=10 rad.s^{-1}.V^{-1} → $\omega(\infty)=100\ \text{rad.s}^{-1}$ → $N=\frac{60*100}{2*\pi}=955\text{tr/min}$

$$T=\frac{RJ}{KeKc}=\frac{0.1*0.01}{0.1*0.1}=0.1\,s$$ → tr5%=3T=0.3s

4.2.2. Couple résistant non nul : Cr(t)=C_0 → $Cr(p)=\frac{C0}{p}$

$$\Omega(p)=\frac{\frac{1}{Ke}}{1+\frac{RJ}{KeKc}p}\frac{U0}{p}-\frac{\frac{R}{KeKc}}{1+\frac{RJ}{KeKc}p}\frac{C0}{p}$$

$$\omega(\infty)=\lim_{t\to\infty}\omega(t)=\lim_{p\to 0}p\Omega(p)=\frac{1}{Ke}U0-\frac{R}{KeKc}C0$$

A.N. : U_0=10V, K=10 rad.s^{-1}.V^{-1}, C_0=5m.N, $\frac{R}{KeKc}=10\ \text{rad.s}^{-1}.\ \text{m}^{-1}.\text{N}^{-1}$

$$\omega(\infty)=100-50=50\ \text{rad.s}^{-1}$$ → $N=\frac{60*50}{2*\pi}=477.5\ \text{tr/min}$